

微積分七系共同教學考題

九十四學年度微積分下學期第一次期中考

- 前四題每題十五分, 第五題每小題五分。
- 將桌面淨空, 並準備學生證以備查驗。
- 將答案卷對摺, 每頁兩欄書寫(two columns)
- 不可使用含有計算功能之電子儀器設備, 每題作答須有計算或推導過程, 答案卷必須寫上姓名學號科系, 否則一律以零分計。

1. Find the Maclaurin series for $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$.
2. Find a power series for $g(x) = \arctan x$, centered at 0.
3. Prove that the power series

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+p)!}{n!(n+q)!} x^n$$

has a radius of convergence of $R = \infty$ if p and q are positive integers.

4. Prove that if f is an even function, then its n th Maclaurin polynomial contains only terms with even powers of x .

5. Determine the convergence or divergence of the series.

每題作答須有明確的收斂或發散理由, 否則一律以零分計。

(a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^n}$$

(c)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2^n}$$

(d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

(e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$$

(f)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 10}{4n^5 + n^3}$$

(g)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2 + 3^n}$$

(h)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$