

# 微積分七系共同教學考題

九十四學年度微積分上學期第一次期中考

- 前四題每題十五分, 後四題每題十分。
- 將桌面淨空, 並準備學生證以備查驗。
- 將答案卷對摺, 每頁兩欄書寫(two columns)
- 本次考試計算極限值時, 不可使用羅必達法則。
- 不可使用含有計算功能之電子儀器設備, 每題作答須有計算或推導過程, 答案卷必須寫上姓名學號科系, 否則一律以零分計。

1. Find the limit (if it exists).

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 25}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x - 4}$$

2. Analyze and sketch the graph of  $f(x) = \frac{2(x^2-9)}{x^2-4}$ .
3. Find the relative extrema of  $f(x) = (x^2 - 4)^{2/3}$ .
4. Find all relative extrema of  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2$ . Use the Second Derivative Test where applicable.
5. Prove that  $|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$  for all  $a$  and  $b$ .
6. Find the derivative of the function.

$$y = \sin \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\sin x}$$

7. Determine the slope of the graph of

$$3(x^2 + y^2)^2 = 100xy$$

at the point  $(3, 1)$ .

8. Find the extrema of  $f(x) = 3x^4 - 4x^3$  on the interval  $[-1, 2]$ .